
Brösel, Gerrit:

Kommunale Finanzierung mit Bausparverträgen

Zuerst erschienen in:

Betriebliche Finanzwirtschaft : Aufgaben und Lösungen / hrsg. von
Heiko Burchert, München [u.a.]: Oldenbourg, 1999

ISBN 3-486-24863-4

S. 264-270

Betriebliche Finanzwirtschaft

Aufgaben und Lösungen

Herausgegeben von

Dipl.-Ing. oec. Dr. Heiko Burchert

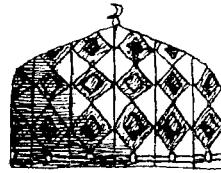
Dipl.-Kfm. Dr. Thomas Hering

Lehrstuhl für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre
und Betriebliche Finanzwirtschaft,
insbesondere Unternehmensbewertung
Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald

mit Illustrationen von
Peter-Michael Glöckner

R. Oldenbourg Verlag München Wien

2. Kommunale Finanzierung



Gerrit Brösel

Kommunale Finanzierung mit Bausparverträgen

Die Kommune G hat für eine geplante Investition im Zeitpunkt $t = 6$ einen Finanzbedarf von DM 10 Mio. ermittelt. Dem Bürgermeister der Kommune wird daraufhin von einem Finanzberater der Abschluß eines Kommunal-Bausparvertrages empfohlen. Der Berater betont, daß das Bauspardarlehen ein zinsgünstiges, über die gesamte Laufzeit im Zins festgeschriebenes Darlehen ist. Er erklärt, daß sich der Vertrag damit durch seine Kalkulierbarkeit auszeichnet, insbesondere wenn steigende Marktzinsen erwartet werden. Der Kommune wird somit folgendes Angebot unterbreitet:

Die empfohlene Bausparsumme des Vertrags beträgt DM 10 Mio. Mit Abschluß des Vertrages wird eine Abschlußgebühr von 1,0% der Bausparsumme fällig. Alle eingehenden Zahlungen werden zunächst auf die Abschlußgebühr angerechnet. Bei Annahme des Darlehensantrages wird weiterhin eine Darlehensgebühr in Höhe von 2,5% des Bauspardarlehens berechnet. Die Darlehensgebühr wird dem Bauspardarlehen zugeschlagen. Die Konditionen mit einem Guthabenzins von 2,5% p.a. und einem Darlehenszins von 4,5% p.a. erscheinen dem Bürgermeister sehr günstig. Der Bausparvertrag soll mit Sparbeträgen in Höhe von jeweils DM 800.000 bespart werden. Diese sind sofort ($t = 0$) und in den folgenden fünf Jahren ($t = 1, 2, 3, 4, 5$) zu leisten. Nach Erreichung der Zuteilungsreife wird die gesamte Vertragssumme (DM 10 Mio.) in $t = 6$ ausgezahlt. Das Darlehen wird ab dem siebenten Jahr mit sieben gleichen Jahresraten ($t = 7, 8, 9, 10, 11, 12$ und 13) annuitätisch getilgt.

Aufgabe

- Konstruieren Sie die Zahlungsreihe für den Bausparvertrag! Ermitteln Sie hierzu das Bausparguthaben zum Zeitpunkt $t = 6$, den Darlehensbetrag der durch die Bausparkasse neben den Guthaben- und Zinszahlungen ausgereicht wird sowie die Annuität des Darlehens, die zur Zinszahlung und Tilgung notwendig ist! *Hilfsangabe:* Die Gemeinde hat keinen Anspruch auf Wohnungsbauprämien, vermögenswirksame Leistungen und Arbeitnehmer-Sparzulagen.
- Betrachten Sie im Folgenden nur die Sparphase bis zur Auszahlung des Guthabens. Ermitteln Sie den internen Zins in der Ansparphase mit dem *Newton-Verfahren*! Geben Sie vorab eine Definition des internen Zins und würdigen Sie

kurz die interne Zinsfußmethode kritisch! Erklären Sie gegebenenfalls auftretende Zinsdifferenzen zwischen internem Zins und Nominalzins!

- c) Ein Mitglied des Gemeinderates der Kommune steht den Argumenten des Finanzberaters mit Skepsis gegenüber. Es ist abzusehen, daß die Kommune in den nächsten sechs Jahren ihren Kassenkredit, der einen Kreditrahmen von DM 8 Mio. hat, permanent zu mindestens 80,0% ausschöpfen wird. Die Darlehenszinsen des Kassenkredits betragen in dieser Zeit 9,0% p.a. Außerplanmäßige Tilgungen von Kommunaldarlehen sind nicht möglich, andere Investitionen sind nicht geplant. Die einzig mögliche Finanzierungsalternative für die Investition im Zeitpunkt $t = 6$ ist ein Kommunaldarlehen zu einem Zinssatz von 6,5% p.a. Ermitteln Sie mit Hilfe des Kapitalwertkriteriums, ob der Abschluß des Bausparvertrages bei den derzeitigen Bedingungen aus finanzwirtschaftlichen Gesichtspunkten zu empfehlen ist! Definieren Sie vorher kurz den Kapitalwert!
- d) Während in den nächsten Jahren auf dem Gebiet der Kassenkredite keine Zinsänderungen zu erwarten sind, wird bei den Kommunaldarlehen eine Zinserhöhung "befürchtet". Ab welchem jährlichen Zinssatz der Alternativfinanzierung Kommunaldarlehen ist die Finanzierung mit dem Bausparvertrag die günstigere Variante? Alle anderen Variablen bleiben unverändert (*ceteris paribus*-Bedingung). Nutzen Sie hierzu das *Verfahren der linearen Interpolation*!

Lösung

a) Aus Sicht der Gemeinde ergibt sich die Zahlungsreihe des Bausparvertrages aus den Auszahlungen in der Ansparphase, der Einzahlung der Vertragssumme bei Zuteilungsreife und den Auszahlungen für Zinsen und Tilgung in der Darlehensphase.

Zur Ermittlung des Bausparguthabens werden die Zahlungen der Ansparphase jeweils mit dem Guthabenzins $i = 2,5\%$ auf den Zeitpunkt $t = 6$ aufgezinst. Dabei muß von der ersten Sparzahlung die geleistete Abschlußgebühr vor der Aufzinsung abgezogen werden. Das Bausparguthaben (BSG) entspricht deshalb der Summe der auf den Zeitpunkt $t = 6$ aufgezinsten Sparzahlungen (e_s) unter Berücksichtigung des Abzugs der Abschlußgebühr (AG) in $t = 0$. Die Zahlungen lassen sich als endlich vorschüssige Rente beschreiben. Deshalb ist eine Berechnung mit Hilfe des Rentenendwertfaktors (REF) einer endlich vorschüssigen Rente über $n = 6$ Perioden möglich:

$$BSG = e_S \cdot REF - AG \cdot (1+i)^n = e_S \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i) - AG \cdot (1+i)^n$$

$$BSG = 800.000 \cdot \frac{1,025^6 - 1}{0,025} \cdot 1,025 - 100.000 \cdot 1,025^6$$

$$BSG = 5.121.974,77556 \approx 5.121.974,78$$

Im Zeitpunkt $t = 6$ beträgt das Bausparguthaben DM 5.121.974,78.

Nachrichtlich wird in folgender Tabelle die Entwicklung des Bausparguthabens dargestellt:

Zeitpunkt t	Sparzahlungen (e_S)	Gebührenabzug (AG)	Bausparguthaben (BSG_t)
0	800.000,00	100.000,00	700.000,00
1	800.000,00		1.517.500,00
2	800.000,00		2.355.437,50
3	800.000,00		3.214.323,44
4	800.000,00		4.094.681,52
5	800.000,00		4.997.048,56
6	-		5.121.974,78

Die Höhe des Darlehens ergibt als Residualgröße nach Abzug des Bausparguthabens im Zeitpunkt $t = 6$ von der Bausparsumme:

Bausparsumme	DM 10.000.000,00
<u>./. Bausparguthaben</u>	<u>./. DM 5.121.974,78</u>
= Bauspardarlehen	= DM 4.878.025,22

Die Höhe des Bauspardarlehen beträgt DM 4.878.025,22. Zur Berechnung der Annuität des Darlehens muß hierauf die Darlehensgebühr in Höhe von 2,5% des Bauspardarlehen aufgeschlagen werden:

Bauspardarlehen	DM 4.878.025,22
<u>+ Darlehensgebühr (2,5% von DM 4.878.025,22)</u>	<u>+ DM 121.950,63</u>
Grundlage der Ermittlung der Darlehensannuität	= DM 4.999.975,85

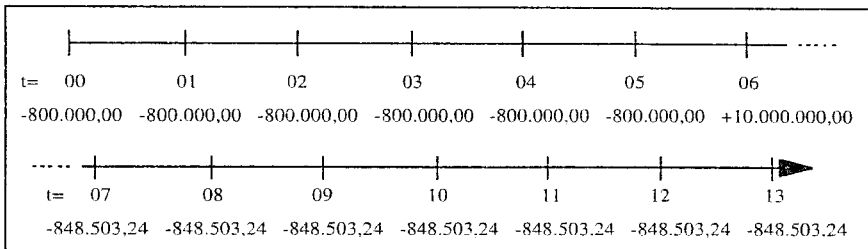
Bei der Ermittlung der Darlehensannuität (A) wird der aus Darlehen und Darlehensgebühr ermittelte Betrag über DM 4.999.975,85 auf die folgenden sieben Zeitpunkte ($t = 7, 8, 9, 10, 11, 12$ und 13) verteilt. Eine Annuität ist eine uniforme (gleiche Zahlungsbeträge), äquivalente (gleichwertig zum zu verteilenden Betrag) und äquidistante (zeitlich gleiche Abstände der Zahlungen) Zahlungsreihe. Sie wird gebildet durch Multiplikation des zu verteilenden Betrages mit dem Kehrwert der Summe der Abzinsungsfaktoren. Dieser Kehrwert wird auch als Annuitätenfaktor (AF) bzw. Wiedergewinnungsfaktor bezeichnet. Als Zinssatz wird $i = 4,5\%$ berücksichtigt.

$$A = 4.999.975,85 \cdot AF = 4.999.975,85 \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

$$A = 4.999.975,85 \cdot \frac{1,045^7 \cdot 0,045}{1,045^7 - 1} = 4.999.975,85 \cdot 0,169701468$$

$$A = 848.503,24165 \approx 848.503,24$$

Die jährliche Annuität, die als Kapitaldienst Zins und Tilgung enthält, beträgt DM 848.503,24. Somit ergibt sich folgende Zahlungsreihe:



b) Der *interne Zins* (r) gibt die Verzinsung des gebundenen Kapitals an. Es ist der Kalkulationszinsfuß, der zu einem Kapitalwert (C) von 0 führt. Der interne Zins ist die Gesamtkapitalrentabilität der Investition (im Beispiel: Finanzinvestition). Zur Berechnung des internen Zinses wird der Kapitalwert gleich 0 gesetzt und die Gleichung nach r aufgelöst:

$$C = \sum_{t=0}^T \frac{e_t - a_t}{(1+r)^t} = 0. \text{ Der interne Zins ist nicht immer eindeutig, eventuell auch nicht existent.}$$

Bei sich schneidenden Kapitalwertfunktionen haben unterschiedliche Kalkulationszinsfüße unterschiedlich vorteilhafte Alternativen zur Folge. Die Zielkriterien der internen Zinsfußmethode und der Kapitalwertmethode stimmen nicht überein.

Aufgrund der Schwierigkeiten der Auflösung der Gleichung n -ten Grades können Näherungswerte des internen Zinses durch das Newton-Verfahren oder das Verfahren der linearen Interpolation ermittelt werden. Die Gleichung des Newton-Verfahrens lautet:

$$r = r_0 - \frac{C(r_0)}{C'(r_0)}. \text{ Unter Berücksichtigung der relevanten Zahlungsreihe ergeben sich folgende Berechnungen:}$$

$$C = -800.000 - \frac{800.000}{(1+r)} - \frac{800.000}{(1+r)^2} - \frac{800.000}{(1+r)^3} - \frac{800.000}{(1+r)^4} - \frac{800.000}{(1+r)^5} + \frac{5.121.974,78}{(1+r)^6}$$

$$\frac{dC}{dr} = C' = \frac{800.000}{(1+r)^2} + \frac{1.600.000}{(1+r)^3} + \frac{2.400.000}{(1+r)^4} + \frac{3.200.000}{(1+r)^5} + \frac{4.000.000}{(1+r)^6} - \frac{30.731.848,68}{(1+r)^7}$$

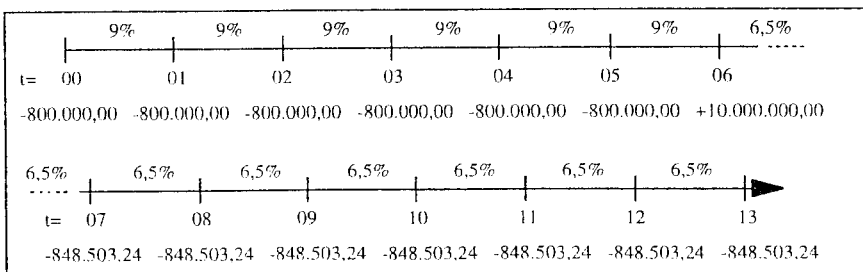
r_0	C	C'	r_1
0,01000000	142.386,94513	-17.207.745,07404	0,018274585
0,018274585	4.878,17458	-16.042.515,18778	0,018578663
0,018578663	6,27580	-16.001.255,54954	0,018579055
0,018579055	0,00000		

Der interne Zins der Ansparphase beträgt ca. 1,858%. Die Abweichung zum Spar-Nominalzins (2,5%) ergibt sich aus der im Zeitpunkt $t=0$ belasteten Abschlußgebühr.

c) Der Kapitalwert (C_0) ist die Summe aller auf den heutigen Zeitpunkt (hier: $t=0$) abgezinsten Zahlungen. Er ist der Wert des betrachteten Objekts in $t=0$.

$$C_0 = \sum_{t=1}^T \frac{e_t - a_t}{\prod_{\tau=0}^{t-1} (1+i_{\tau,\tau+1})} + e_0 - a_0 = \sum_{t=1}^T \frac{Z_t}{\prod_{\tau=0}^{t-1} (1+i_{\tau,\tau+1})} + Z_0$$

Vor der Berechnung des Kapitalwertes muß die Frage geklärt werden, welche Kalkulationszinssätze für die jeweiligen Perioden zwischen den Zeitpunkten zur Abzinsung der Zahlungen zu berücksichtigen sind. Entscheidend ist hierfür gemäß der Lenkpreistheorie das entsprechende Grenzobjekt und die daraus resultierenden endogenen Grenzzinsfüße. Aufgrund der Verschuldung der Gemeinde ergibt sich der endogene Grenzzins in den Jahren zwischen den Zeitpunkten $t=0$ und $t=6$ aus dem Sollzinssatz des Kassenkredites, da in dieser Zeit mit den Sparzahlungen auch der Schuldenstand dieses Kredites zurückgeführt werden könnte. In den Jahren zwischen den Zeitpunkten $t=6$ und $t=13$ ist die Alternative bzw. Opportunität die Aufnahme eines Kommunaldarlehens, welches mit 6,5% p.a. verzinst wird. Dieser Zinssatz stellt den Kalkulationszinssatz für diesen Zeitraum dar. Zur Veranschaulichung wird der Zeitstrahl mit der Zahlungsreihe und den jeweiligen Kalkulationszinssätzen der Perioden dargestellt:



Berechnung des Kapitalwertes des Bausparvertrages:

$$C_0 = -800.000 \cdot \frac{(1+i_1)^6 - 1}{i_1 \cdot (1+i_1)^6} \cdot (1+i_1) - 848.503,24 \cdot \frac{(1+i_2)^7 - 1}{i_2 \cdot (1+i_2)^7} \cdot \frac{1}{(1+i_1)^6} + \frac{10.000.000}{(1+i_1)^6}$$

$$C_0 = -800.000 \cdot \frac{1,09^6 - 1}{0,09 \cdot 1,09^6} \cdot 1,09 - 848.503,24 \cdot \frac{1,065^7 - 1}{0,065 \cdot 1,065^7} \cdot \frac{1}{1,09^6} + \frac{10.000.000}{1,09^6}$$

$$C_0 = -723.856,92955 < 0$$

Der Abschluß des Bausparvertrages ist unter den gegebenen Bedingungen nicht vorteilhaft, da der Kapitalwert negativ ist.

d) Die notwendige Bedingung für die Vorteilhaftigkeit des Bausparvertrages ist ein Kapitalwert größer als null. Bei einem Kapitalwert gleich null ist es gleichgültig, ob der Bausparvertrag abgeschlossen wird oder nicht.

$$C_0 \geq 0$$

$$C_0 = -800.000 \cdot \frac{1,09^6 - 1}{0,09 \cdot 1,09^6} \cdot 1,09 - 848.503,24 \cdot \frac{(1+i_2)^7 - 1}{i_2 \cdot (1+i_2)^7} \cdot \frac{1}{1,09^6} + \frac{10.000.000}{1,09^6}$$

$$C_0 = 2.050.952,25811 - 505.934,75876 \cdot \frac{(1+i_2)^7 - 1}{i_2 \cdot (1+i_2)^7} \geq 0$$

Bei der *linearen Interpolation* wird ein Näherungswert des gesuchten Zinssatzes mit Hilfe eines Strahlensatzes bestimmt: $i_N = i_a - C_{i_a} \cdot \frac{i_b - i_a}{C_{i_b} - C_{i_a}}$

$$i_a = 0,17$$

$$C_{i_a} = 66.483,81224$$

$$i_b = 0,065$$

$$C_{i_b} = -723.856,92955$$

$$i_N = 0,17 - 66.483,81224 \cdot \frac{0,065 - 0,17}{-723.856,92955 - 66.483,81224} = 0,161167354$$

$$C_{i_N} = 14.708,07407$$

i_a	C_{i_a}	i_b	C_{i_b}	i_N	C_{i_N}
0,170000000	66.483,81224	0,065	-723.856,92955	0,161167354	14.708,07407
0,161167354	14.708,07407	0,150	-53.948,69629	0,158775015	307,25994
0,158775015	307,25994	0,155	-22.753,89243	0,158724718	2,72733
0,158724718	2,72733	0,157	-10.484,24622	0,158724269	0,01121
0,158724269	0,01121	0,158	-4.393,32183	0,158724267	0,00000

Dabei ergibt sich der Zinssatz von 15,8724267%. Wenn damit zu rechnen ist, daß der jährliche Zins von Kommunaldarlehen ab dem Zeitpunkt $t = 6$ über (!) diesen Zinssatz steigt, ist der Abschluß des Bausparvertrages zu empfehlen.

Literaturhinweise

BRÖSEL, G., HERING, TH., MATSCHKE, M.J.: Finanzierung und Organisation der Abwasserbeseitigung, erscheint demnächst in: ZögU.

HERING, TH.: Investitionstheorie aus der Sicht des Zinses, Wiesbaden 1995.

MATSCHKE, M. J.: Investitionsplanung und Investitionskontrolle, Herne/Berlin 1993.

PERRIDON, L./STEINER, M.: Finanzwirtschaft der Unternehmung, 8. Aufl., München 1995.

